

23.10.2021. – Početna grupa (osnovna škola)

Algoritam – konačan niz instrukcija (operacija ili koraka) koji opisuju kako riješiti problem. Riječ algoritam (engleski 'algorithm') potiče od latinskog prevoda imena persijskog matematičara al-Khwārizmī (persijski: خوارزمی, 780–850). Napisao je knjigu o brojevima oko 825. godine koja je prevedena na latinski u dvanaestom vijeku pod naslovom „*Algoritmi de numero Indorum*“. Riječ "Algoritmi" u naslovu je nastala kao prevod imena autora Al-Khwarizmi.

Algoritmi se mogu zadati nizom instrukcija ili pomoću dijagrama toka (engleski „flow chart“). Ponekad se instrukcije zadaju pomoću tzv. pseudokoda.

Prije prvog algoritma definisaćemo kako se zapisuju aritmetičke operacije:

Operacija	Matematika	U algoritmima	Primjer
Sabiranje	$a+b$	$a+b$	$7+2=9$
Oduzimanje	$a-b$	$a-b$	$7-2=5$
Množenje	ab ili $a \cdot b$	$a*b$	$7*2=14$
Dijeljenje	$a:b$	a/b	$7/2=3,5$
Cjelobrojno dijeljenje	a/b ili $a \text{ div } b$	$a \text{ div } b$	$7 \text{ div } 2 = 3$
Ostatak pri dijeljenju ili moduo	$a \bmod b$	$a \% b$	$7 \% 2 = 1$

Ponekad se pravi razlika između dijeljenja realnih brojeva i dijeljenja cijelih brojeva. Na primjer, $7/2$ je 3,5 i tada govorimo o dijeljenju realnih brojeva. Međutim, ako 7 i 2 posmatramo kao cijele brojeve, tada se može reći da se pri dijeljenju broja 7 brojem 2 dobija količnik 3 i ostatak 1 jer je $7=3*2+1$. U nekim knjigama se cjelobrojno dijeljenje označava simbolom div, kako je označeno u gornjoj tabeli.

Primjer 1: Odrediti površinu pravougaonika čije su dužine stranica a i b .

Rješenje: Opišimo algoritam na našem jeziku, zadajući ulaz, izlaz i korake koje treba izvršiti.

Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi

Izlaz: p – površina pravougaonika

Algoritam:

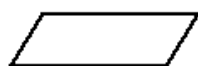
1. učitati brojeve a i b
2. $p = a*b$
3. štampati p

Drugi način zadavanja algoritma je grafički, koristeći takozvani dijagram toka. Dio simbola za predstavljanje prikazan je na slici:

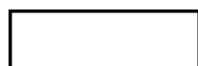
1. Početak / Kraj



2. Ulaz / Izlaz



3. Obrada



Umjesto istog simbola za ulaz/izlaz, ponekad se koriste poseban simbol za ulaz i poseban simbol za izlaz

Ulaz

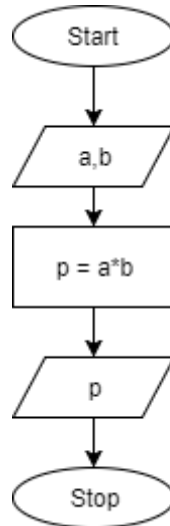


Izlaz



Primjer 2: Nacrtati dijagram toka algoritma iz primjera 1 (površina pravougaonika).

Rješenje:



Primjer 3: Napisati algoritam koji izračunava obim pravougaonika čije se dužine stranica a i b.

Rješenje: Obratite pažnju da smo upotrijebili slovo (promjenljivu) p kao oznaku za obim pravougaonika.

Opis koraka	Dijagram toka
Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi Izlaz: p – obim pravougaonika Algoritam: 1. učitati brojeve a i b 2. $p = 2*a + 2*b$ 3. štampati p	<pre> graph TD Start([Start]) --> Input[/a,b/] Input --> Process[p = 2*a+2*b] Process --> Output[/p/] Output --> Stop([Stop]) </pre>

Primjer 4: Napisati algoritam koji izračunava obim i površinu pravougaonika čije se dužine stranica a i b .

Rješenje: Upotrijebili smo dvije promjenljive, redom p i o , za površinu i obim pravougaonika.

Opis koraka	Dijagram toka
Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi Izlaz: o – obim pravougaonika, p – površina pravougaonika Algoritam: 1. učitati brojeve a i b 2. $o = 2*a + 2*b$ 3. $p = a*b$ 4. štampati p i o	<pre>graph TD; Start([Start]) --> Input[/a, b/]; Input --> Process1[o = 2*a + 2*b]; Process1 --> Process2[p = a*b]; Process2 --> Output[/p, o/]; Output --> Stop([Stop]);</pre>

Pokažimo kako se dobija cifra jedinica prirodnog broja n . Npr. ako je $n=12316$, tada se pri cjelobrojnom dijeljenju broja n sa 10 dobija se količnik 1231 i ostatak 6. Primjetite da je ostatak upravo cifra jedinica broja n , pa se ona dobija kao $n \bmod 10$ (ili $n \% 10$). Na sličan način se dobijaju i ostale cifre.

Primjer 5: Napisati algoritam koji učitava četvorocifren prirodan broj n i štampa zbir njegovih cifara.

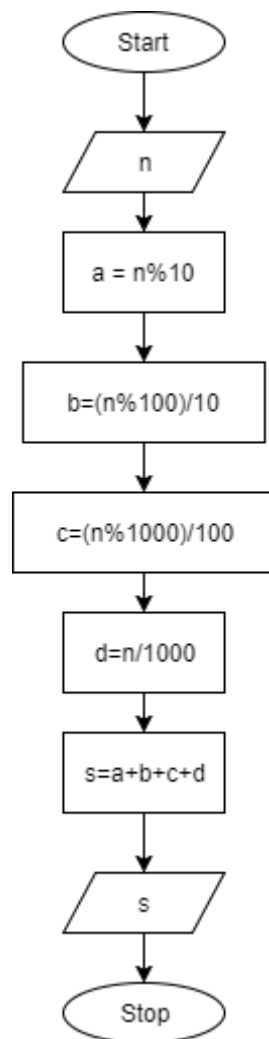
Rješenje: Neka su cifre broja n redom a, b, c i d , što zapisujemo kao $n = \overline{abcd}$.

Ulaz: $n = \overline{abcd}$, četvorocifreni prirodan broj

Izlaz: s – zbir cifara broja n

Algoritam:

1. učitati broj n
2. $a = n \% 10$
3. $b = (n \% 100) / 10$
4. $c = (n \% 1000) / 100$
5. $d = n / 1000$
6. $s = a + b + c + d$
7. štampati s



Primjer 6: Napisati algoritam koji učitava četvorocifren prirodan broj $n = \overline{abcd}$ i štampa broj $s = \overline{cdab}$.

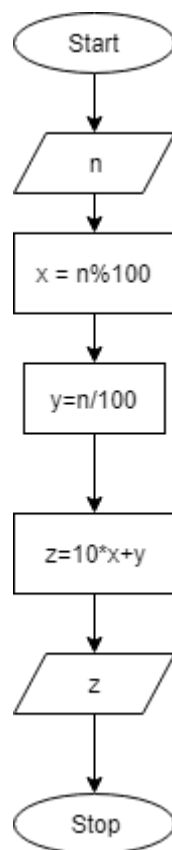
Rješenje: Neka su cifre broja n redom a, b, c i d , što zapisujemo kao $n = \overline{abcd}$.

Ulaz: $n = \overline{abcd}$, četvorocifreni prirodan broj

Izlaz: s – traženi broj

Algoritam:

1. učitati broj n
2. $x = n \% 100$
3. $y = n/100$
4. $z = 100*x + y$
5. štampati s



23.10.2021. – Početna grupa (osnovna škola)

Zadatak 1 Proizvod košta a eura i b centi (a i b nenegativni cijeli brojevi, $b < 100$). Koliko košta n takvih proizvoda? Napisati program koji učitava brojeve n, a i b i štampa dva broja: koliko eura i koliko centi treba platiti za n proizvoda.

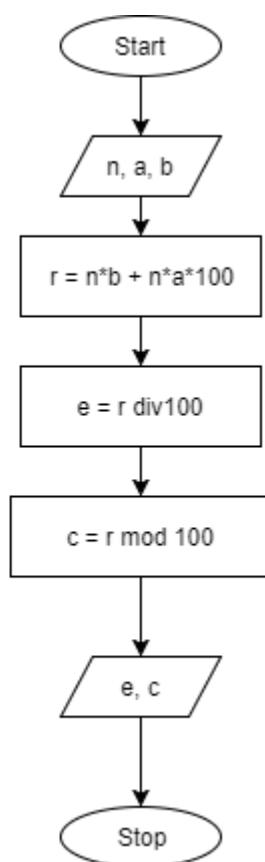
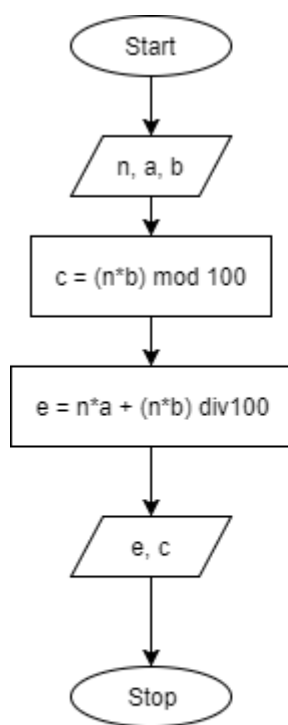
Primjer:

Ulaz	Izlaz
5 1 15	5 75
5 1 21	6 5

Rješenje:

Rješenje sa slike lijevo prvo odredi iznos centi, pa zatim eura, vodeći računa da se vrši odgovarajući prenos centi na eure.

Drugo rješenje, sa slike desno, prvo pretvori cijenu u cente, pa zatim taj iznos pretvara nazad u eure i cente.



Zadatak 2 Data su dva ugla izražene stepenima, minutima i sekundama. Napisati program koji učitava 6 nenegativnih cijelih brojeva a1, b1, c1, a2, b2, c2 ($0 \leq b1, c1, b2, c2 \leq 59$), gdje prva tri broja predstavljaju prvi ugao izražen stepenima (a1), minutima (b1) i sekundama (c1), a preostala tri broja su drugi ugao izražen stepenima (a2), minutima (b2) i sekundama (c2), i štampa tri broja koji predstavljaju mjeru zbira dva data ugla.

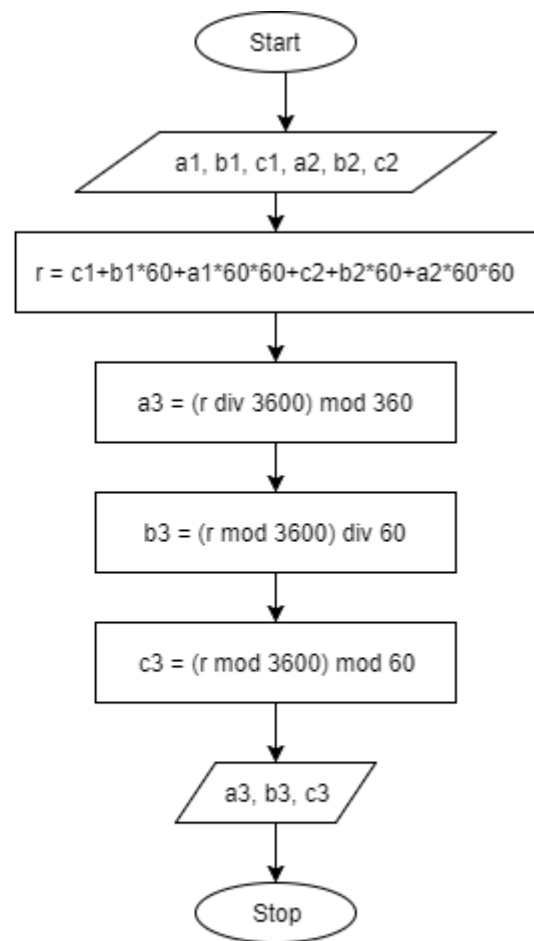
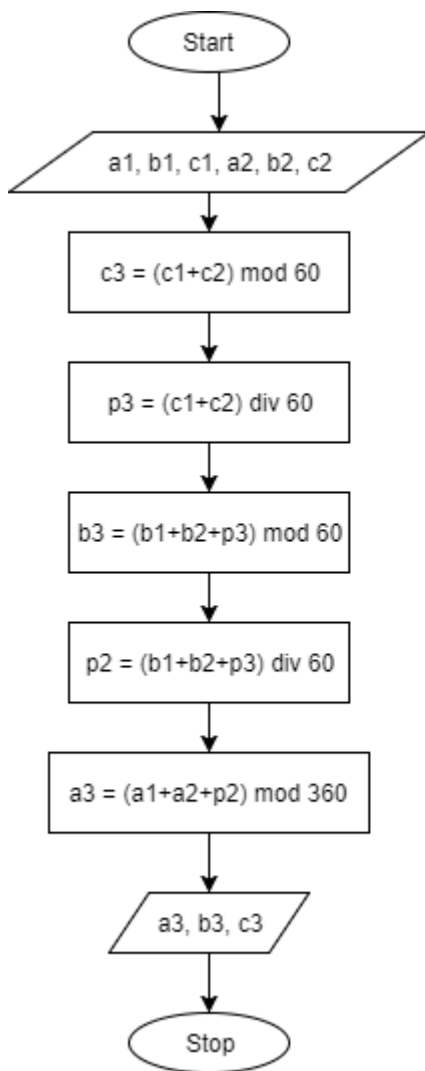
Primjer:

Ulaz	Izlaz
5 1 15 25 45 46	30 47 1

Rješenje:

Rješenje sa slike lijevo prvo sabira sekunde, pa minute i na kraju stepene, vodeći računa da se vrši odgovarajući prenos.

Drugo rješenje, sa slike desno, prvo pretvori oba ugla u sekunde, pa rezultat pretvara redom u stepene, minute i sekunde.



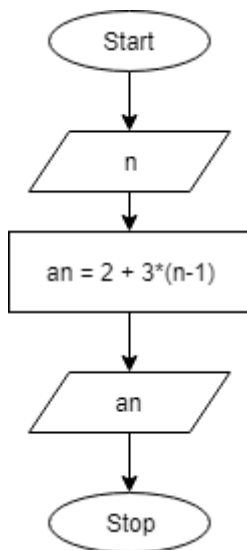
Zadatak 3 (*) Dat je niz brojeva 2, 5, 8, 11... Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa koji je n -ti broj u datom nizu.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
5	14
2017	6050

Rješenje:

Označimo redom elemente niza sa $a_1, a_2, \dots, a_n \dots$ (tj. $a_1=2, a_2=5, a_3=8, \dots$). Naš zadatak je da za dato n odredimo a_n . Svaki element niza je za 3 veći od prethodnog elementa tj. važe jednakosti: $a_2=a_1+3, a_3=a_2+3, a_4=a_3+3, \dots, a_n=a_{n-1}+3$. Ako u svakoj jednakosti prebacimo elemente niza a sa iste strane jednakosti, dobijamo $n-1$ jednakosti: $a_2-a_1=3, a_3-a_2=3, a_4-a_3=3, \dots, a_n-a_{n-1}=3$. Ako saberemo sve ove jednakosti, dobijamo: $a_2-a_1 + a_3-a_2 + a_4-a_3 + \dots + a_n-a_{n-1} = \underbrace{3 + 3 + \dots + 3}_{n-1}$. Sada je lijeva strana jednaka $a_n - a_1$, a desna strana je $3*(n-1)$, pa dobijamo da je $a_n - a_1 = 3*(n-1)$ tj. $a_n = a_1 + 3*(n-1)$ i konačno dobijamo $a_n = 2 + 3*(n-1)$.



Zadaci

Zadatak 1 Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa zbir $1+2+\dots+n$. Napomena: pokušajte sami da odredite formulu, tako da algoritam ima samo jedan korak.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
4	10
100	5050

Zadatak 2 (*) Dat je niz brojeva 2, 8, 14, 20... Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa koji je n -ti broj u datom nizu.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
5	14
2017	6050

Zadatak 3 (*) Dat je niz brojeva 2, 5, 9, 14, 20, ... Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa koji je n -ti broj u datom nizu.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
6	27

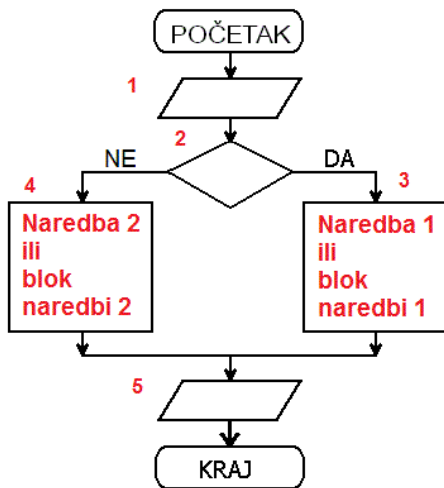
	54
--	----

Zadatak 4 ()** Označimo sa x maksimalan broj oblasti na koje n pravih mogu podijeliti jednu ravan. Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa broj x .

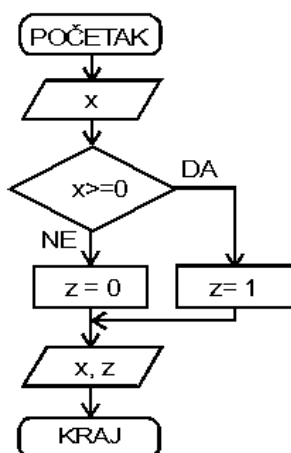
Primjer:

Ulaz	Izlaz
1	2
5	16

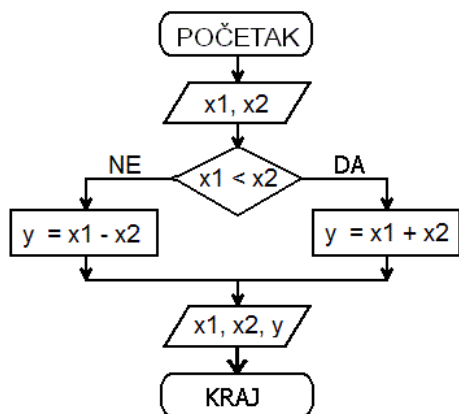
Opšti oblik razgranate strukture



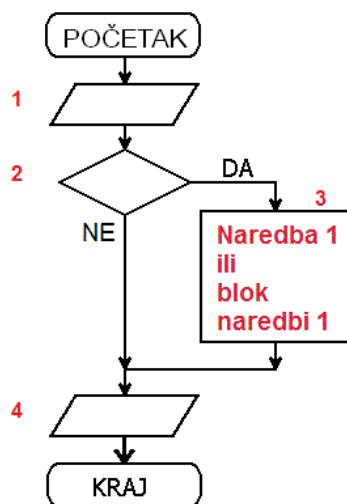
Učitati broj x i štampati vrijednost $z = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$



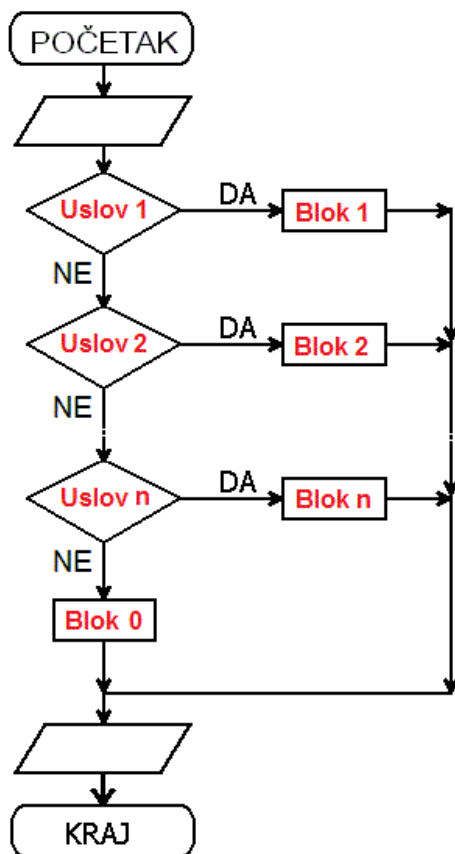
Učitati x_1 i x_2 . Ako je $x_1 < x_2$ štampati $x_1 - x_2$, inače štampati $x_1 + x_2$.



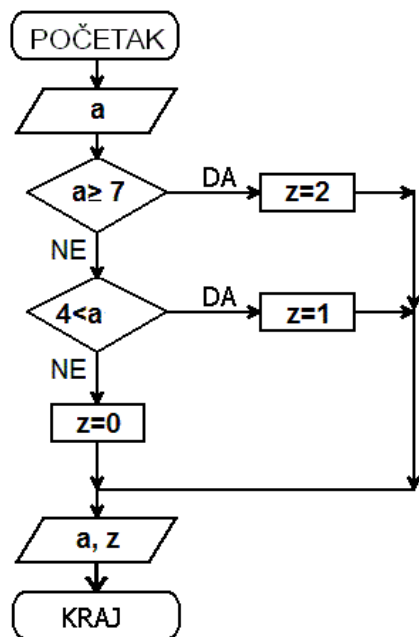
Opšti oblik razgranate strukture



Opšti oblik višestruko razgranate strukture



Učitati broj a i štampati broj a i vrijednost izraza $z = \begin{cases} 2, & a \geq 7 \\ 1, & 4 < a < 7 \\ 0, & a \leq 4 \end{cases}$



Zadaci

Zadatak 1 Napisati program koji učitava realan broj x i štampa broj y koji se određuje na sljedeći način: ako je x nenegativan, tada se x uveća za 5; ako je x negativan, tada mu se promijeni znak i sabere se sa 3.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1	6
-5.2	8.2

Zadatak 2 Napisati program koji učitava dva realna broja x i y i štampa veći od njih.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1 3	3
-5.2 -5.6	

Zadatak 3 Napisati program koji učitava dva realna broja x i y i štampa koliko je rastojanje između njih na brojnoj osi. (Urađen na času)

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1 3	2
-5.6 -5.2	0.4
-5.6 5.2	10.8

Zadatak 4 Napisati program koji učitava dva realna broja x i y i štampa površinu pravougonika čije su stranice x i y . Ako jedan od brojeva nije pozitivan, štampati poruku „Ne postoji“.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1 3.2	3.2
-5.6 5.2	Ne postoji

Zadatak 5 Napisati program koji učitava tri realna broja a , b i c i štampa poruku „DA“ ako postoji trougao čije su dužine stranice a , b i c , ili štampa „NE“ ako takav trougao ne postoji.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1 3.2 2	NE
-5.6 5.2 5	NE
4 3 5	DA

Zadatak 6 Napisati program koji učitava šest realnih brojeva $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ i štampa najveći i najmanji od njih.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1 3.2 2 4.7	1.5
-6 5 5 -1	66
2 4 2 6	0

Zadatak 7 (*) Nekada davno, u Moskvi je karta za jednu vožnju u metrou koštala 15 rubalja, karta za 10 vožnji 125 rubalja i karta za 60 vožnji 440 rubalja. Marko planira da iskoristi n vožnji. Koliko karata svakog tipa mora kupiti da bi izvršio bar n vožnji a da ukupna cijena karata bude najmanja moguća? **Ulaz:** Učitava se jedan prirodan broj n . **Izlaz:** Štampaju se tri nenegativna cijela broja – broj karata koje Marko mora kupiti za 1, 10 i 60 vožnji.

Primjer:

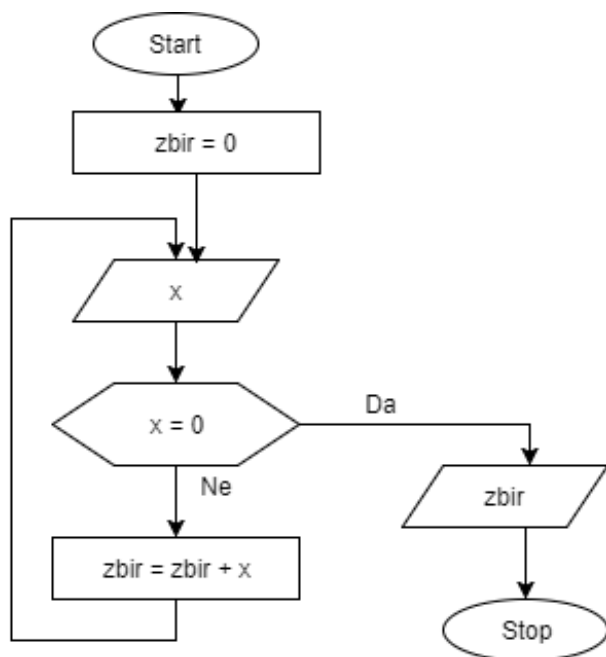
Ulaz	Izlaz
36	0 0 1
64	4 0 1

Napomena: u prvom primjeru, najbolji izbor za Marka je da kupi jednu kartu za 60. Uporediti cijenu karte za 60 vožnji sa drugim mogućnostima: cijenom 3 karte za 10 vožnji i 6 karata za jednu vožnju ili sa cijenom 4 karte za 10 vožnji.

23.10.2021. – Početna grupa (osnovna škola)

Zadatak 1: Učitavati cijele brojeve, sve dok se ne učitava broj nula, i štampati zbir učitanih brojeva.

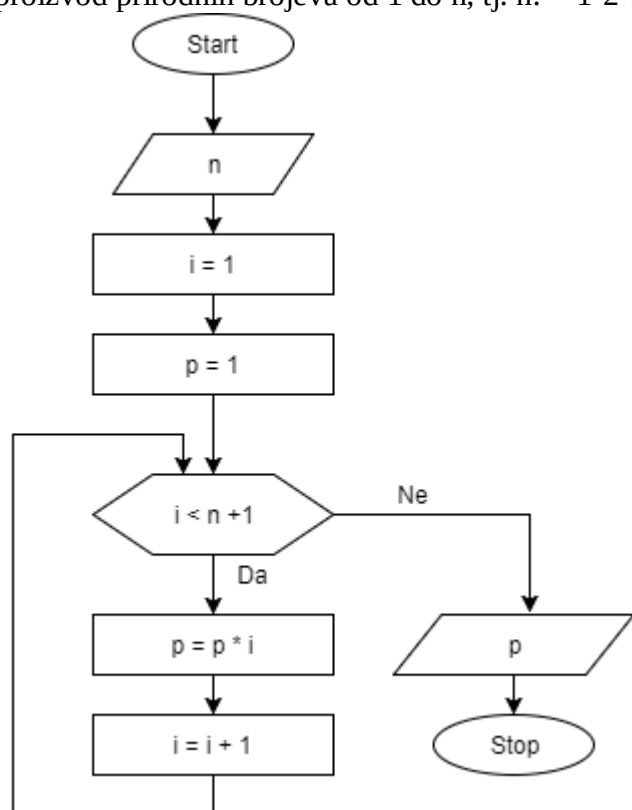
Rješenje:



Prikažaćemo izvršavanje algoritma za ulaz: 3 5 -2 4 0

Redni broj	Operacija	zbir	x	Štampa se
1.	zbir = 0	0		
2.	Učitaj x		3	
3.	Da li je x = 0? Ne			
4.	zbir = zbir+x		3	
5.	Učitaj x		5	
6.	Da li je x = 0? Ne			
7.	zbir = zbir+x		8	
8.	Učitaj x		-2	
9.	Da li je x = 0? Ne			
10.	zbir = zbir+x		6	
11.	Učitaj x		4	
12.	Da li je x = 0? Ne			
13.	zbir = zbir+x		10	
14.	Učitaj x		0	
15.	Da li je x = 0? Da			
16.	štampaj zbir			10
17.	stop			

Zadatak 2: Učitati prirodan broj n i štampati vrijednost broja $n!$. **Napomena:** Broj $n!$ se definiše kao proizvod prirodnih brojeva od 1 do n , tj. $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$.



Prikazaćemo izvršavanje algoritma za ulaz $n = 5$.

Redni broj	Operacija	n	i	p	Štampa se
1.	Učitaj n	5			
2.	i = 1		1		
3.	p = 1			1	
4.	Da li je i < n+1? Da				
5.	p = p * i			1 (1*1)	
6.	i = i + 1		2		
7.	Da li je i < n+1? Da				
8.	p = p * i			2 (1*2)	
9.	i = i + 1		3		
10.	Da li je i < n+1? Da				
11.	p = p * i			6 (2*3)	
12.	i = i + 1		4		
13.	Da li je i < n+1? Da				
14.	p = p * i			24 (6*4)	
15.	i = i + 1		5		
16.	Da li je i < n+1? Da				
17.	p = p * i			120 (24*5)	
18.	i = i + 1		6		
19.	Da li je i < n+1? Ne				
20.	štampanje p				120
21.	Stop				